1.

(a)	Wahr	**(c)**	Wahr
(b)	Wahr	**(d)**	Wahr

2.

Der Automat zerfällt in die folgenden Nerode-Äquivalenzklassen:

$$\begin{aligned}
[\varepsilon] &= \{\text{Der Automat hält in einem der Zustände } a, d, g\} \\
[0] &= \{\text{Der Automat hält in einem der Zustände } b, e, h\} \\
[00] &= \{\text{Der Automat hält in einem der Zustände } c, f, i\}
\end{aligned}$$

Daraus ergibt sich der minimale Automat:

$A' = (\{0, 1\}, \{z_1, z_2, z_3\}, \{((z_1, 0), z_2), ((z_1, 1), z_2), ((z_2, 0), z_3), ((z_2, 1), z_3), ((z_3, 0), z_1), ((z_3, 1), z_2)\}, z_1, \{z_3\})$.

Wobei z_1, z_2 und z_3 den Zustandsmengen in den oben aufgelisteten Äquivalenzklassen in der Reihenfolge entsprechen.

3.

Annahme: $L = \left\{ ab^j c^j \mid j \in \mathbb{N} \right\}$ sei regulär.

Wir betrachten nun $ab^{n-1}c^{n-1}$ mit dem n aus dem Pumping-Lemma. Das Wort ist definitiv länger als n. Aus $|u_1 v| \leq n$ und $|v| > 0$ folgt $u_1 = a$ und $v = b^j$ für ein gewisses $j \in \mathbb{N}$. Nach Voraussetzung ist das Wort $ab^j c^j$, was sich daraus offenbar ergibt, Element der Sprache L. Nach Pumping-Lemma ergibt sich dann $ab^{j+i}c^j \in L$, was sehr offensichtlich nicht gilt. Damit haben wir einen Widerspruch und L ist nicht regulär.

4.

Die Verkettung zweier Sprachen bedeutet im Wesentlichen, daß die daraus gebildete Sprache immer aus einem Wort der einen und einem Wort der anderen Sprache besteht, die hintereinandergehängt werden. Grundidee ist also, die Automaten selbst hintereinanderzuhängen. Es funktioniert sicher nicht, einfach die Zustände aus F_1 und z_{0_2} zusammenzufassen zu einem Zustand, allerdings kann man für die Zustände aus F_1 natürlich die Folgezustände von z_{0_2} definieren und z_{0_2} einfach unter den Tisch fallen lassen. Ich versuche mich mal an einer formalen Beschreibung dieses Mörderautomatens:

$$
\begin{aligned}
A_3 \quad = \{ \quad & X_1 \cup X_2, Z_1 \cup Z_2 \setminus \{z_{0_2}\}, \\
& \delta_1 \cup (\delta_2 \setminus \underbrace{\{ r \in \delta_2 \mid \text{Die Regel } r \text{ hat als Eingangszustand oder Ausgangszustand } z_{0_2} \}}_{=:\vartheta}) \\
& \cup \{ r \in \vartheta \mid \text{ersetze } z_{0_2} \text{ durch einen Zustand aus } F_1. \text{ Wiederhole für alle Zustände aus } F_1 \} \\
& z_{0_1}, F_2 \\
\}
\end{aligned}
$$

5.

Voraussetzung. *L wird von einem deterministischen endlichen Automaten erkannt und ist damit regulär.*

Behauptung. *$\exists L' \subseteq L : L'$ ist nicht regulär.*

Beweis. $\{a, b, c\}^\star$ ist offenbar regulär. Nach Aufgabe 3 ist die Sprache $L = \left\{ ab^j c^j \;\middle|\; j \in \mathbb{N} \right\}$ nicht regulär, obgleich sie definitiv eine Untermenge der Sprache $\{a, b, c\}^\star$ darstellt. Folglich gilt unsere Behauptung. (Ja, ich habe widerlegt; Zurechtschnitzen der Behauptung, daß sie auf den Beweis paßt, war nicht explizit verboten ;) $\square$